**Лабораторна робота №1**

**Точкові та інтервальні оцінки числових характеристик випадкових величин. Обчислення коефіцієнта кореляції та перевірка його статистичної значущості**

**Завдання 1**

1 Побудувати дисперсійну таблицю для свого варіанту, що корелює з номером в журналі.

2 Визначити точкові оцінки числових характеристик випадкових величин:

* математичного очікування;
* дисперсії (зміщену, незміщену);
* середньоквадратичного відхилення (зміщену, незміщену).

3Знайти довірчий інтервал для математичного очікування у випадку відомої дисперсії з ймовірністю 90%.

4Знайти довірчий інтервал для математичного очікування у випадку невідомої дисперсії з довірчою ймовірністю 80%.

**Завдання 2**

1 Побудувати шаблон кореляційної таблиці для свого варіанту, що корелює з номером в журналі.

2 Визначити коефіцієнт кореляції за допомогою кореляційної таблиці.

3 Визначити характер зв'язку між параметрами моделі.

4 Визначити статистичну значущість коефіцієнта кореляції за допомогою t–критерію Стьюдента з рівнем значущості 10%.

**Завдання 3**

Знайти в мережі інтернет статистичні вибірки для двох факторів, що імовірно залежать один від одного і виконати завдання 1 та 2 для цих вибірок. Бажано обирати вибірки від 50-100 елементів і більше. Якщо це буде часовий ряд, то замість дат можна обрати натуральний ряд чисел 1,2,3, …. Якщо значення х та у відрязняються один від одного в сотні, тисячі і т.д разів, бажано скомпенсувати це одиницями вимірювання.

**Хід роботи (1):**

1 Знайдемо оцінку математичного очікування , зміщену  та незміщену  оцінки дисперсії, зміщену  та незміщену  оцінки середньоквадратичного відхилення за формулами:











2 Побудуємо дисперсійну таблицю, яка має вигляд, наведений у табл.1.1.:

Таблиця 1.1 – Дисперсійна таблиця

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *i* | *xi* | *yi* | *xi 2* | *yi 2* |
| 1 |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| .. |  |  |  |  |
| *n* |  |  |  |  |
| Сума |  |  |  |  |
| Середнє значення |  |  |  |  |

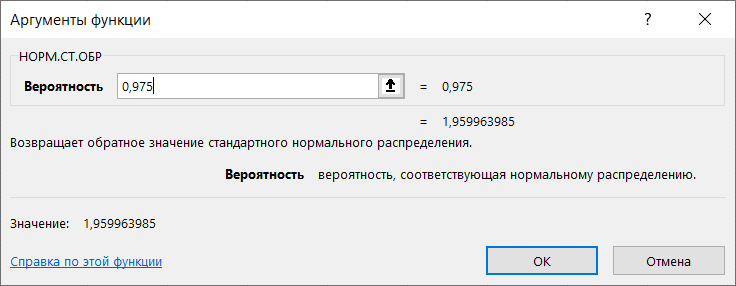
3 Для знаходження довірчого інтервалу математичного очікування у випадку відомої дисперсії виконаємо наступні дії:

а) розрахуємо за допомогою дисперсійної таблиці оцінне значення математичного очікування  за формулою



б) установимо довірчу ймовірність α або рівень значущості q=1– α.

в) за таблицею нормального закону розподілу (додаток А) знайдемо всередині таблиці ймовірність , після чого  буде визначатись за номерами рядка та стовпчика. Елемент першого стовпчика дає цілі та десяті дані , елемент першого рядка – соті . Того ж результату можна досягти, якщо використати функцію =НОРМ.СТ.ОБР(0,975) з категорії Статистичні MS Excel. Зверніть увагу, що як ймовірність необхідно вказувати значення .



г) запишемо довірчий інтервал:

 або .

4 Для побудови довірчого інтервалу математичного очікування у випадку невідомої дисперсії виконаємо наступні дії:

а) розрахуємо точкові оцінки основних характеристик випадкових величин за допомогою дисперсійної таблиці:

,

.

б) задамо α– довірчу ймовірність або q=1–α – рівень значущості.

в) для ймовірності α та (n–1) ступені свободи за таблицею розподілу Стьюдента (додаток Б) знайдемо . Перший стовпчик таблиці відповідає кількості ступенів свободи n–1, перший рядок – ймовірності q. На перетині   
(n – 1) рядка та q стовпчика знаходимо шукане значення .

г) запишемо довірчий інтервал:

.

**Хід роботи (2)**

1Побудуємо шаблон кореляційної таблиці (табл.2.1):

Таблиця 2.1 – Кореляційна таблиця

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | Хi | Yi | Хi Yi | Хi2 | Yi2 |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| … |  |  |  |  |  |
| n |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

2Розрахуємо оцінку коефіцієнта кореляції  для визначення характеру залежності між параметрами моделі за формулою



де *n –* обсяг вибірки.

3Значення коефіцієнта кореляції знаходиться в межах від –1 до 1. Якщо *r→*0, то лінійний стохастичний зв'язок між ознаками відсутній, якщо |*r*|*→*1, то спостерігається лінійний стохастичний зв'язок між ознаками, причому якщо *r→*1, то зв'язок є прямим, а якщо *r→* –1, то зворотним.

4 Розрахуємо t– статистику за формулою



Розрахункове значення t–статистики за модулем порівнюється з табличним значенням tq,n–2 (додаток Б), де q – рівень значущості, а (n–2) – ступені свободи. Якщо , то на рівні значущості q нульова гіпотеза відкидається і приймається альтернативна гіпотеза про те, що коефіцієнт кореляції значно відрізняється від нуля і між факторами існує лінійний зв'язок. Якщо , та з довірчою ймовірність α приймається нульова гіпотеза про те, що коефіцієнт кореляції незначно відрізняється від нуля, тому лінійного зв’язку між параметрами моделі не існує.



**Приклад 1**

Дана вибірка *Х*=1, 0, –1, 0, 1, 0. Знайти точкову оцінку математичного очікування, а також зміщену і незміщену оцінки дисперсії та середньоквадратичного відхилення. Побудувати довірчий інтервал з ймовірністю 95% при σ=1 і довірчий інтервал у випадку невідомої дисперсії з ймовірністю 95% . Порівняти побудовані довірчі інтервали.

**Розв’язання:**

1 Зведемо вихідні дані в дисперсійну таблицю та проведемо відповідні обчислення (табл.1.2).

Таблиця 1.2 – Дисперсійна таблиця до прикладу 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *n* | *xi* | *xi 2* |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 |
| 3 | –1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 0 |
| Σ | 1 | 3 |

2 За даними, одержаними з табл.1.2, розрахуємо:

–математичне очікування :



–зміщену та незміщену оцінки дисперсії





–зміщену та незміщену оцінки середньоквадратичного відхилення

;

.

3Знайдемо довірчий інтервал у випадку відомої дисперсії 1 з довірчою ймовірністю 95%. За таблицями нормального розподілу знайдемо всередині таблиці значення  та проведемо перпендикуляри: горизонтальний перпендикуляр показує цілі та десяті значення =1,9, а вертикальний – соті значення = 0,06. В результаті =1,90+0,06=1,96. Тоді довірчий інтервал має вигляд

; (–0,63; 0,97).

4Знайдемо довірчий інтервал для математичного очікування у випадку невідомої дисперсії з довірчою ймовірністю 95%.

Для рівня зі значущістю 5% та п’ятьма ступенями свободи за таблицею розподілу Стьюдента знаходимо Перший стовпчик таблиці показує число ступенів свободи, перший рядок – рівень значущості. На перетині знаходимо табличне значення  Тоді довірчий інтервал має вигляд

; (–0,45; 0,78).

Вихідні дані для самостійного виконання лабораторної роботи №1 подані у додатку нижче. Номер варіанта обирається за номером студента в журналі.

**Приклад 2**

Задана вибірка з генеральної сукупності витрат обігу (тис.грн.) *Х =* (2,7; 3; 2,8; 2,9; 2,6; 2,5; 2,8; 2,6; 2,5) і відповідна до неї вибірка з генеральної сукупності вантажообігу (тис.т) *Y* = (15,6; 15,3; 15,6; 15,2; 15,9; 16,1; 15,5; 16; 16,2). З’ясувати, чи існує зв’язок між даними показниками, якщо існує, то наскільки він статистично значущий із довірчою ймовірністю 95%, який характер він має.

**Розв’язання**

1. Зведемо вихідні дані в кореляційну таблицю і здійснимо відповідні розрахунки (табл.2.2).

Таблиця 2.2 – Кореляційна таблиця до прикладу 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | Хi | Yi | Хi Yi | Хi2 | Yi2 |
| 1 | 2,7 | 15,6 | 42,12 | 7,29 | 243,36 |
| 2 | 3 | 15,3 | 45,9 | 9 | 234,09 |
| 3 | 2,8 | 15,6 | 43,68 | 7,84 | 243,36 |
| 4 | 2,9 | 15,2 | 44,08 | 8,41 | 231,04 |
| 5 | 2,6 | 15,9 | 41,34 | 6,76 | 252,81 |
| 6 | 2,5 | 16,1 | 40,25 | 6,25 | 259,21 |
| 7 | 2,8 | 15,5 | 43,4 | 7,84 | 240,25 |
| 8 | 2,6 | 16 | 41,6 | 6,76 | 256 |
| 9 | 2,5 | 16,2 | 40,5 | 6,25 | 262,44 |
|  | 24,4 | 141,4 | 382,87 | 66,4 | 2222,56 |

2 Розрахуємо коефіцієнт кореляції:



Коефіцієнт кореляції між параметрами моделі = –0,96, тобто досить близький до –1. Можна висунути гіпотезу, що між ознаками існує зворотний зв'язок.

Для перевірки статистичної значущості коефіцієнта кореляції обчислимо значення *t–*статистики:



Для *q*=0,05 і *n–2*=7 знайдемо за таблицями розподілу Стьюдента *t0,05*=2,36 або скористаємося вбудованою функцією табличного процесора TINV( СТЬЮДРАСПОБР, СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х) (рис. 2.1).

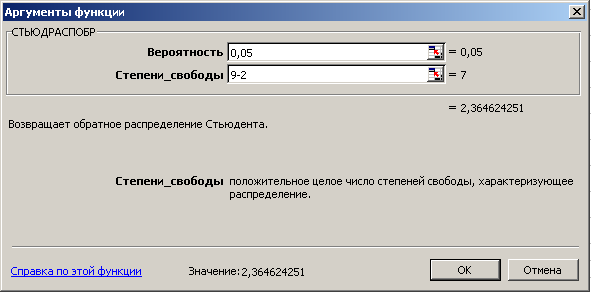


Рисунок 2.1 – Структура вбудованої функції табличного процесора TINV( СТЬЮДРАСПОБР)

Порівняємо

.

На рівні значущості 0,05 коефіцієнт кореляції значно відрізняється від нуля, тобто лінійний зв'язок між досліджуваними ознаками існує. Оскільки коефіцієнт кореляції є від’ємним, зв'язок між признаками є зворотним, тобто зі зростанням вантажообігу падають витрати обігу і навпаки.

Вихідні дані для самостійного виконання лабораторної роботи подано у додатку нижче. Номер варіанту обирається за номером студента у журналі.

ДОДАТОК

Вихідні дані для лабораторної роботи №1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ВАРІАНТ 1 |  |  |  | ВАРІАНТ | 2 |  |  | ВАРІАНТ | 3 |  |
| n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |
| 1 | 1,8 | 36,1 |  | 1 | 2 | 38,2 |  | 1 | 3 | 29,4 |
| 2 | 2,4 | 38,3 |  | 2 | 2,1 | 36,9 |  | 2 | 2,6 | 35,4 |
| 3 | 2,5 | 30,6 |  | 3 | 2,3 | 39,7 |  | 3 | 2,3 | 39,7 |
| 4 | 2,3 | 32,1 |  | 4 | 2,6 | 37,2 |  | 4 | 2,5 | 37,1 |
| 5 | 2,3 | 37,6 |  | 5 | 2,8 | 31,7 |  | 5 | 2,2 | 35,7 |
| 6 | 2,5 | 34,8 |  | 6 | 2,8 | 30,1 |  | 6 | 2,4 | 40,2 |
| 7 | 2,4 | 34,2 |  | 7 | 2,2 | 39,9 |  | 7 | 2,2 | 39,4 |
| 8 | 2,5 | 34,2 |  | 8 | 2,3 | 38,8 |  | 8 | 2,6 | 43,7 |
| 9 | 2,1 | 32,5 |  | 9 | 2,6 | 38,4 |  | 9 | 2,6 | 38,4 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ВАРІАНТ | 4 |  |  | ВАРІАНТ | 5 |  |  | ВАРІАНТ | 6 |  |
| n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |
| 1 | 2,8 | 14 |  | 1 | 2 | 35 |  | 1 | 2,4 | 40,2 |
| 2 | 2,4 | 17,1 |  | 2 | 2,3 | 43,7 |  | 2 | 2,2 | 39,4 |
| 3 | 2,3 | 18,2 |  | 3 | 2,7 | 31,9 |  | 3 | 2,6 | 43,7 |
| 4 | 2,5 | 17,4 |  | 4 | 2,2 | 37,3 |  | 4 | 2,6 | 38,4 |
| 5 | 2,7 | 16,1 |  | 5 | 2,4 | 40,9 |  | 5 | 2,3 | 38,8 |
| 6 | 2,4 | 18,8 |  | 6 | 2,3 | 38,8 |  | 6 | 2,2 | 39,9 |
| 7 | 2,3 | 32,2 |  | 7 | 2,3 | 35,7 |  | 7 | 2,8 | 30,1 |
| 8 | 1,9 | 31 |  | 8 | 2,6 | 43,2 |  | 8 | 2,8 | 31,7 |
| 9 | 2,3 | 32,4 |  | 9 | 2,7 | 30,5 |  | 9 | 2,8 | 37,2 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ВАРІАНТ | 7 |  |  | ВАРІАНТ | 8 |  |  | ВАРІАНТ | 9 |  |
| n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |
| 1 | 2,3 | 32,1 |  | 1 | 2,8 | 13,8 |  | 1 | 2,7 | 14,9 |
| 2 | 1,9 | 31 |  | 2 | 2,7 | 14,8 |  | 2 | 2,5 | 16,1 |
| 3 | 2,3 | 32,4 |  | 3 | 2,4 | 16,9 |  | 3 | 2,1 | 19,7 |
| 4 | 2,5 | 33,2 |  | 4 | 2,3 | 16,8 |  | 4 | 2,8 | 14 |
| 5 | 2,6 | 31,2 |  | 5 | 2,5 | 14,8 |  | 5 | 2,4 | 17,1 |
| 6 | 2 | 34,8 |  | 6 | 2,5 | 17,9 |  | 6 | 2,3 | 18,2 |
| 7 | 1,9 | 35,4 |  | 7 | 2,5 | 17,6 |  | 7 | 2,5 | 17,4 |
| 8 | 2,4 | 33 |  | 8 | 2,4 | 15,7 |  | 8 | 2,7 | 16,1 |
| 9 | 2,2 | 34,8 |  | 9 | 2,3 | 15,2 |  | 9 | 2,4 | 18 |
|  | | | | | | | | | | |
| ВАРІАНТ | 10 |  |  | ВАРІАНТ | 11 |  |  | ВАРІАНТ | 12 |  |
| n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |
| 1 | 30,2 | 5000 |  | 1 | 29 | 5350 |  | 1 | 5,1 | 15,7 |
| 2 | 32 | 5200 |  | 2 | 33 | 2740 |  | 2 | 7,2 | 17 |
| 3 | 32 | 5350 |  | 3 | 31 | 5570 |  | 3 | 2 | 5,2 |
| 4 | 37 | 5880 |  | 4 | 30 | 5530 |  | 4 | 5,1 | 17,5 |
| 5 | 30 | 5430 |  | 5 | 34 | 6020 |  | 5 | 10 | 22,1 |
| 6 | 30 | 5430 |  | 6 | 38 | 7010 |  | 6 | 12 | 25,8 |
| 7 | 30 | 5350 |  | 7 | 31 | 6420 |  | 7 | 9,4 | 23 |
| 8 | 29 | 5740 |  | 8 | 39 | 7150 |  | 8 | 6,9 | 17 |
| 9 | 33 | 5570 |  | 9 | 39,5 | 7190 |  | 9 | 3,4 | 9,1 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ВАРІАНТ | 13 |  |  | ВАРІАНТ | 14 |  |  | ВАРІАНТ | 15 |  |
| n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |  | n | Xi | Yi |
| 1 | 5,4 | 3,7 |  | 1 | 1,4 | 12,7 |  | 1 | 0,4 | 13,7 |
| 2 | 7,6 | 8 |  | 2 | 2,6 | 18 |  | 2 | 0,6 | 18 |
| 3 | 2,3 | 3,2 |  | 3 | 2,3 | 16,2 |  | 3 | 0,3 | 6,2 |
| 4 | 5,9 | 2,5 |  | 4 | 5,1 | 25,5 |  | 4 | 0,9 | 15,5 |
| 5 | 11 | 4,9 |  | 5 | 6 | 24,1 |  | 5 | 1 | 24,1 |
| 6 | 12,6 | 4,8 |  | 6 | 5,6 | 24,8 |  | 6 | 1,6 | 24,8 |
| 7 | 10,4 | 5,1 |  | 7 | 10,4 | 55 |  | 7 | 1,4 | 25 |
| 8 | 4,9 | 2,2 |  | 8 | 4,9 | 33 |  | 8 | 0,6 | 13 |
| 9 | 2,4 | 1,1 |  | 9 | 2,4 | 18,1 |  | 9 | 0,3 | 8,1 |

ДОДАТОК А

ТаблицяА.1 – Стандартизований нормальний розподіл *A(z)*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***z*** | **0,00** | **0,01** | **0,02** | **0,03** | **0,04** | **0,05** | **0,06** | **0,07** | **0,08** | **0,09** |
| **0,0** | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| **0,1** | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| **0,2** | 0,5703 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| **0,3** | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| **0,4** | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| **0,5** | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| **0,6** | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| **0,7** | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| **0,8** | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| **0,9** | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| **1,0** | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| **1,1** | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| **1,2** | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| **1,3** | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| **1,4** | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| **1,5** | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| **1,6** | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| **1,7** | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| **1,8** | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9700 | 0,9706 |
| **1,9** | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| **2,0** | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,98,8 | 0,9812 | 0,9817 |
| **2,1** | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9864 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| **2,2** | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| **2,3** | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| **2,4** | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| **2,5** | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| **2,6** | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| **2,7** | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| **2,8** | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| **2,9** | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| **3,0** | 0,9987 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

ДОДАТОК Б

Таблиця Б.1 –  *t*–розподіл Стьюдента [критичні значення *t(q*, *k)*]

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тести | **Рівень значущості *q* (у процентах)** | | | | | | | |
| *Двосторонній* | 50% | 20% | 10% | 5% | 2% | 1% | 0,2% | 0,1% |
| *Односторонній* | 25% | 10% | 5% | 2,5% | 1% | 0,5% | 0,1% | 0,05% |
| ***k*** |  | | | | | | | |
| **1** | 1,000 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 318,31 | 636,62 |
| **2** | 0,861 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 22,327 | 31,598 |
| **3** | 0,765 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 10,214 | 12,924 |
| **4** | 0,741 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 7,173 | 8,610 |
| **5** | 0,727 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 5,893 | 6,869 |
| **6** | 0,718 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,208 | 5,959 |
| **7** | 0,711 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 4,785 | 5,408 |
| **8** | 0,706 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 4,501 | 5,041 |
| **9** | 0,703 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,297 | 4,781 |
| **10** | 0,700 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,144 | 4,587 |
| **11** | 0,697 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,025 | 4,437 |
| **12** | 0,695 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 3,930 | 4,318 |
| **13** | 0,694 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 3,852 | 4,221 |
| **14** | 0,692 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 3,787 | 4,140 |
| **15** | 0,691 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 3,733 | 4,073 |
| **16** | 0,690 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 3,686 | 4,015 |
| **17** | 0,689 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,646 | 3,965 |
| **18** | 0,688 | 1,330 | 1734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,610 | 3,922 |
| **19** | 0,688 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,579 | 3,883 |
| **20** | 0,687 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,552 | 3,850 |
| **21** | 0,686 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,527 | 3,819 |
| **22** | 0,686 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,505 | 3,792 |
| **23** | 0,685 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,485 | 3,767 |
| **24** | 0,685 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,467 | 3,745 |
| **25** | 0,684 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,450 | 3,725 |
| **26** | 0,684 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,435 | 3,707 |
| **27** | 0,684 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,421 | 3,690 |
| **28** | 0,683 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,408 | 3,674 |
| **29** | 0,683 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,396 | 3,659 |
| **30** | 0,683 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,385 | 3,646 |
| **40** | 0,681 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 3,307 | 3,551 |
| **60** | 0,679 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 3,232 | 3,460 |
| **120** | 0,677 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 3,160 | 3,373 |
| **∞** | 0,674 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 3,090 | 3,291 |

ДОДАТОК В

Таблиця В.1 – *f* (*k1, k2, q*) – розподіл Фішера для рівня значущості *q*=0,05

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***k1*** | | | | | | | | | | | | |
| ***k2*** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** |
| **1** | 161 | 200 | 216 | 225 | 230 | 234 | 237 | 239 | 241 | 242 | 243 | 244 | 245 |
| **2** | 18,5 | 19,0 | 19,2 | 19,3 | 19,3 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 |
| **3** | 10,1 | 9,55 | 9,28 | 9,20 | 9,01 | 8,94 | 8,89 | 8,85 | 8,81 | 8,79 | 8,76 | 8,74 | 8,73 |
| **4** | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 | 5,94 | 5,91 | 5,89 |
| **5** | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,5 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,77 | 4,74 | 4,70 | 4,68 | 4,66 |
| **6** | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 | 4,03 | 4,00 | 3,98 |
| **7** | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,64 | 3,60 | 3,57 | 3,55 |
| **8** | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,35 | 3,31 | 3,28 | 3,26 |
| **9** | 5,12 | 4,26 | 3,68 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,14 | 3,10 | 3,07 | 3,05 |
| **10** | 4,96 | 4,10 | 371 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,98 | 2,94 | 2,91 | 2,98 |
| **11** | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,85 | 2,82 | 2,79 | 2,76 |
| **12** | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,91 | 2,85 | 2,80 | 2,75 | 2,72 | 2,69 | 2,66 |
| **13** | 4,67 | 3,81 | 3,41 | 3,18 | 3,03 | 2,92 | 2,83 | 2,77 | 2,71 | 2,67 | 2,63 | 2,60 | 2,58 |
| **14** | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,76 | 2,70 | 2,65 | 2,60 | 2,57 | 2,53 | 2,51 |
| **15** | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,71 | 2,64 | 2,59 | 2,54 | 2,51 | 2,48 | 2,45 |
| **16** | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 | 2,54 | 2,49 | 2,46 | 2,42 | 2,40 |
| **17** | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,61 | 2,55 | 2,49 | 2,45 | 2,41 | 2,38 | 2,35 |
| **18** | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,51 | 2,46 | 2,41 | 2,37 | 2,34 | 2,31 |
| **19** | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,54 | 2,48 | 2,42 | 2,38 | 2,34 | 2,31 | 2,28 |
| **20** | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,51 | 2,45 | 2,39 | 2,35 | 2,31 | 2,28 | 2,25 |
| **21** | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,42 | 2,37 | 2,32 | 2,28 | 2,25 | 2,22 |
| **22** | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,46 | 2,40 | 2,34 | 2,30 | 2,26 | 2,23 | 2,20 |
| **23** | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,44 | 2,37 | 2,32 | 2,27 | 2,24 | 2,20 | 2,18 |
| **24** | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,42 | 2,36 | 2,30 | 2,25 | 2,22 | 2,18 | 2,15 |
| **25** | 4,24 | 3,39 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,40 | 2,34 | 2,28 | 2,24 | 2,20 | 2,16 | 2,14 |
| **26** | 4,23 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,39 | 2,32 | 2,27 | 2,22 | 2,18 | 2,15 | 2,12 |
| **27** | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,37 | 2,31 | 2,25 | 2,20 | 2,17 | 2,13 | 2,10 |
| **28** | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,45 | 2,36 | 2,29 | 2,24 | 2,19 | 2,15 | 2,12 | 1,09 |
| **29** | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,55 | 2,43 | 2,35 | 2,28 | 2,22 | 2,18 | 2,14 | 2,10 | 2,08 |
| **30** | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,16 | 2,13 | 2,09 | 2,06 |
| **40** | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 | 2,12 | 2,08 | 2,04 | 2,00 | 1,97 |
| **50** | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,20 | 2,13 | 2,07 | 2,03 | 1,99 | 1,95 | 1,92 |
| **60** | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,53 | 2,37 | 2,25 | 2,17 | 2,10 | 2,04 | 1,99 | 1,92 | 1,92 | 1,89 |
| **70** | 3,98 | 3,13 | 2,74 | 2,50 | 2,35 | 2,23 | 2,14 | 2,07 | 2,02 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,86 |
| **80** | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,13 | 2,06 | 2,00 | 1,95 | 1,91 | 1,88 | 1,84 |
| **90** | 3,95 | 3,10 | 2,71 | 2,47 | 2,32 | 2,20 | 2,11 | 2,04 | 1,99 | 1,94 | 1,90 | 1,86 | 1,83 |
| **100** | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,31 | 2,19 | 2,10 | 2,03 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,85 | 1,82 |
| **120** | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,45 | 2,29 | 2,18 | 2,09 | 2,02 | 1,96 | 1,91 | 1,83 | 1,83 | 1,80 |
| **140** | 3,91 | 3,06 | 2,67 | 2,44 | 2,28 | 2,16 | 2,08 | 2,01 | 1,95 | 1,90 | 1,86 | 1,82 | 1,79 |
| **160** | 3,90 | 3,05 | 2,66 | 2,43 | 2,27 | 2,16 | 2,07 | 2,00 | 1,94 | 1,89 | 1,85 | 1,81 | 1,78 |
| **180** | 3,89 | 3,05 | 2,65 | 2,42 | 2,26 | 2,15 | 2,06 | 1,99 | 1,93 | 1,88 | 1,84 | 1,81 | 1,77 |
| **200** | 3,88 | 3,04 | 2,65 | 2,42 | 2,26 | 2,14 | 2,06 | 1,98 | 1,93 | 1,88 | 1,84 | 1,80 | 1,77 |
| **∞** | 3,84 | 3,00 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,10 | 2,01 | 1,94 | 1,88 | 1,83 | 1,79 | 1,75 | 1,72 |

Продовження таблиці В.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***k1*** | | | | | | | | | | | | |
| ***k2*** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **30** | **40** | **50** | **100** | **200** | **∞** |
| **1** | 245 | 246 | 246 | 247 | 247 | 248 | 248 | 250 | 251 | 252 | 253 | 254 | 254 |
| **2** | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 |
| **3** | 8,71 | 8,70 | 8,69 | 8,68 | 8,67 | 8,67 | 8,66 | 8,62 | 8,59 | 8,58 | 8,55 | 8,54 | 8,53 |
| **4** | 5,87 | 5,86 | 5,84 | 5,83 | 5,82 | 5,81 | 5,80 | 5,75 | 5,72 | 5,70 | 5,66 | 5,65 | 5,63 |
| **5** | 4,64 | 4,62 | 4,60 | 4,59 | 4,58 | 4,57 | 4,56 | 4,50 | 4,46 | 4,44 | 4,41 | 4,39 | 4,37 |
| **6** | 3,96 | 3,94 | 3,92 | 3,91 | 3,90 | 3,88 | 3,87 | 3,81 | 3,77 | 3,75 | 3,71 | 3,69 | 3,67 |
| **7** | 3,53 | 3,51 | 3,49 | 3,48 | 3,47 | 3,46 | 3,44 | 3,38 | 3,34 | 3,32 | 3,27 | 3,25 | 3,23 |
| **8** | 3,24 | 3,22 | 3,20 | 3,19 | 3,17 | 3,16 | 3,15 | 3,08 | 3,04 | 3,02 | 2,97 | 2,95 | 2,93 |
| **9** | 3,03 | 3,01 | 2,99 | 2,97 | 2,96 | 2,95 | 2,94 | 2,86 | 2,83 | 2,80 | 2,76 | 2,73 | 2,71 |
| **10** | 2,86 | 2,85 | 2,83 | 2,81 | 2,80 | 2,79 | 2,77 | 2,70 | 2,66 | 2,64 | 2,59 | 2,56 | 2,54 |
| **11** | 2,74 | 2,72 | 2,70 | 2,68 | 2,67 | 2,66 | 2,65 | 2,57 | 2,53 | 2,51 | 2,46 | 2,43 | 2,40 |
| **12** | 2,64 | 2,62 | 2,60 | 2,58 | 2,57 | 2,56 | 2,54 | 2,47 | 2,43 | 2,40 | 2,36 | 2,32 | 2,30 |
| **13** | 2,55 | 2,53 | 2,51 | 2,50 | 2,48 | 2,47 | 2,46 | 2,38 | 2,34 | 2,31 | 2,26 | 2,23 | 2,21 |
| **14** | 2,48 | 2,46 | 2,44 | 2,43 | 2,41 | 2,40 | 2,39 | 2,31 | 2,27 | 2,24 | 2,19 | 2,16 | 2,13 |
| **15** | 2,42 | 2,40 | 2,38 | 2,37 | 2,35 | 2,34 | 2,33 | 2,25 | 2,20 | 2,18 | 2,12 | 2,10 | 2,07 |
| **16** | 2,37 | 2,35 | 2,33 | 2,32 | 2,30 | 2,29 | 2,28 | 2,19 | 2,15 | 2,12 | 2,07 | 2,04 | 2,01 |
| **17** | 2,33 | 2,31 | 2,29 | 2,27 | 2,26 | 2,24 | 2,23 | 2,15 | 2,10 | 2,08 | 2,02 | 1,99 | 1,96 |
| **18** | 2,29 | 2,27 | 2,25 | 2,23 | 2,22 | 2,20 | 2,19 | 2,11 | 2,06 | 2,08 | 1,98 | 1,95 | 1,92 |
| **19** | 2,26 | 2,23 | 2,21 | 2,00 | 2,18 | 2,17 | 2,16 | 2,07 | 2,03 | 2,00 | 1,94 | 1,91 | 1,88 |
| **20** | 2,22 | 2,20 | 2,18 | 2,17 | 2,15 | 2,14 | 2,12 | 2,04 | 1,99 | 1,97 | 1,91 | 1,88 | 1,84 |
| **21** | 2,20 | 2,18 | 2,16 | 2,14 | 2,12 | 2,11 | 2,10 | 2,01 | 1,96 | 1,94 | 1,88 | 1,84 | 1,81 |
| **22** | 2,17 | 2,15 | 2,13 | 2,11 | 2,10 | 2,08 | 2,07 | 1,98 | 1,94 | 1,91 | 1,85 | 1,82 | 1,78 |
| **23** | 2,15 | 2,13 | 2,11 | 2,09 | 1,08 | 2,06 | 2,05 | 1,96 | 1,91 | 1,88 | 1,82 | 1,79 | 1,76 |
| **24** | 2,13 | 2,11 | 1,09 | 2,07 | 2,05 | 2,04 | 2,03 | 1,94 | 1,89 | 1,86 | 1,80 | 1,77 | 1,73 |
| **25** | 2,11 | 2,09 | 2,07 | 2,05 | 2,04 | 2,02 | 2,01 | 1,92 | 1,87 | 1,84 | 1,78 | 1,50 | 1,71 |
| **26** | 2,09 | 2,07 | 2,05 | 2,03 | 2,02 | 2,00 | 1,99 | 1,90 | 1,85 | 1,82 | 1,76 | 1,73 | 1,69 |
| **27** | 2,08 | 2,06 | 2,04 | 2,02 | 2,00 | 1,99 | 1,97 | 1,88 | 1,84 | 1,81 | 1,74 | 1,71 | 1,67 |
| **28** | 2,06 | 2,04 | 2,02 | 2,00 | 1,99 | 1,97 | 1,96 | 1,87 | 1,82 | 1,79 | 1,73 | 1,69 | 1,65 |
| **29** | 2,05 | 2,03 | 2,01 | 1,99 | 1,97 | 1,96 | 1,94 | 1,85 | 1,81 | 1,77 | 1,71 | 1,57 | 1,64 |
| **30** | 2,04 | 2,01 | 1,99 | 1,98 | 1,96 | 1,95 | 1,93 | 1,84 | 1,79 | 1,76 | 1,70 | 1,66 | 1,62 |
| **40** | 1,95 | 1,92 | 1,90 | 1,89 | 1,87 | 1,85 | 1,84 | 1,74 | 1,69 | 1,66 | 1,63 | 1,60 | 1,51 |
| **50** | 1,89 | 1,87 | 1,85 | 1,83 | 1,81 | 1,80 | 1,78 | 1,69 | 1,63 | 1,60 | 1,59 | 1,55 | 1,44 |
| **60** | 1,86 | 1,84 | 1,82 | 1,80 | 1,78 | 1,76 | 1,75 | 1,65 | 1,59 | 1,56 | 1,48 | 1,44 | 1,39 |
| **70** | 1,84 | 1,81 | 1,79 | 1,77 | 1,75 | 1,74 | 1,72 | 1,62 | 1,57 | 1,53 | 1,45 | 1,40 | 1,35 |
| **80** | 1,82 | 1,79 | 1,77 | 1,75 | 1,73 | 1,72 | 1,70 | 1,60 | 1,54 | 1,51 | 1,43 | 1,38 | 1,32 |
| **90** | 1,80 | 1,78 | 1,76 | 1,74 | 1,72 | 1,70 | 1,69 | 1,59 | 1,53 | 1,49 | 1,41 | 1,36 | 1,30 |
| **100** | 1,79 | 1,77 | 1,75 | 1,73 | 1,71 | 1,69 | 1,68 | 1,57 | 1,52 | 1,48 | 1,39 | 1,34 | 1,28 |
| **120** | 1,78 | 1,75 | 1,73 | 1,71 | 1,69 | 1,67 | 1,66 | 1,55 | 1,50 | 1,46 | 1,37 | 1,32 | 1,25 |
| **140** | 1,76 | 1,74 | 1,72 | 1,70 | 1,68 | 1,66 | 1,65 | 1,54 | 1,48 | 1,44 | 1,35 | 1,30 | 1,23 |
| **160** | 1,75 | 1,73 | 1,71 | 1,69 | 1,67 | 1,65 | 1,64 | 1,53 | 1,47 | 1,43 | 1,34 | 1,28 | 1,21 |
| **180** | 1,75 | 1,72 | 1,70 | 1,68 | 1,66 | 1,64 | 1,63 | 1,52 | 1,46 | 1,42 | 1,33 | 1,27 | 1,20 |
| **200** | 1,74 | 1,72 | 1,69 | 1,67 | 1,66 | 1,64 | 1,62 | 1,52 | 1,46 | 1,41 | 1,32 | 1,26 | 1,19 |
| **∞** | 1,69 | 1,67 | 1,64 | 1,62 | 1,60 | 1,95 | 1,57 | 1,46 | 1,39 | 1,35 | 1,24 | 1,17 | 1,00 |